КОНИСБАЕВА КУРАЛАЙ ТАЛГАТОВНА

Сингулярлы ауытқыған интегралды-дифференциалдық теңдеу үшін бастапқы секірісті шеттік есеп

8D05401 — Математика мамандығы бойынша философия докторы (PhD)
дәрежесін алуға ұсынылған диссертацияның
АННОТАЦИЯСЫ

Зерттеудің өзектілігі. Дифференциалдық және интегралды–дифференциалдық теңдеулер ғылым мен техникадағы кең ауқымды процесстерді сипаттаудың негізгі құралы болып табылады. Мұндай теңдеулердің маңызды класы ретінде кіші параметрі бар теңдеулерді атап айтсақ болады. Кіші параметрдің жай ғана кіші сан емес, ол жүйенің сапалық сипатын өзгертетін негізгі фактор болып табылады. Кіші параметр әсерінен берілген теңдеуде ауытқу пайда болады. Яғни, теңдеуде кіші параметрдің болуы шешімнің қасиеттерінің айтарлықтай өзгеруіне әкеледі және бұл параметр нөлге ұмтылғанда арнайы талдауды қажет етеді.

Кіші параметрі бар теңдеулерді *регулярлы* және *сингулярлы* деп бөлеміз.

Регулярлы ауытқыған есептерге қарағанда сингулярлық ауытқыған есептерде кіші параметр нөлге ұмтылған кезде бастапқы теңдеуден өзге теңдеу туындайды, бұл оның ретінің өзгеруімен, шекаралық шарттардың сәйкестігінің бұзылуымен және шешім құрылымында шекаралық қабаттар мен секіріс сияқты ерекшеліктердің пайда болуымен сипатталады. Яғни, регулярлы ауытқыған есептің сингулярлы ауытқыған есептен негізгі айырмашылығы, $\varepsilon \to 0$ кезде регулярлы ауытқыған есеп шешімі ауытқымаған есепке барлық берілген аймақта жинақталады. Бұл тікелей ауытқу теориясындағы әдістерді қолдануға мүмкіндік береді.

Жалпы бұл ауытқу теорияның атауынан, теңдеуге енгізілген азғантай ауытқудың өзі шешімнің сипатына айтарлықтай әсер етуі мүмкін екендігін көрсетеді. Мұндай теңдеулер математикалық модельдеудің маңызды құралы болып табылады.

Диссертациялық жұмыс кіші параметр бір ғана туындының алдында емес бірнеше туындыларының алдында кездесетін кез келген ретті сингулярлы ауытқыған интегралды-дифференциалдық теңдеулер үшін шеттік есепті зерттеуге бағытталған.

Зерттеу мақсаты. Жоғарғы ретті сингулярлы ауытқыған сызықты интегралды–дифференциалдық теңдеу үшін шеттік есепті зерттеу.

Зерттеу нысаны. Сингулярлы ауытқыған интегралды-дифференциалдық теңдеу үшін бастапқы секірісті шеттік есеп.

Зерттеу әдістері. Диссертациялық жұмыста сингулярлы ауытқыған сызықты интегралды–дифференциалдық теңдеу үшін шеттік есеп шешімін іздеу үшін шекаралық қабатты функциялар әдісі қолданылады.

Теориялық және практикалық құндылығы. Диссертациялық жұмыс теориялық сипатқа ие. Алынған нәтижелер сингулярлы ауытқыған интегралды-дифференциалдық теңдеулер теориясының дамуына маңызды үлес қосады. Теңдеу сингулярлы ауытқыған теңдеулердің ең маңызды кластарының бірі. Ол физика, химия, биология, инженерия және басқа да салалардағы әртүрлі процестерді зерттейтін математикалық модель болып табылады.

Бұл зерттеу жұмысы, осыған дейін бар болған сингулярлық ауытқу теориясын толықтырады және дамытады. Осылайша, бұл жұмыс күрделі операторлық теңдеулерді талдаудың асимптотикалық әдістерін одан әрі дамыту үшін өте маңызды.

Сонымен қатар, алынған нәтижелерді дифференциалдық теңдеулер, қолданбалы математика, механика және математикалық модельдеу бойынша мамандарды даярлауға арналған білім беру бағдарламаларында пайдалануға болады.

Ғылыми жаңалығы. Қорғауға ұсынылған негізгі нәтижелер. Диссертациялық жұмыста бұрын қарастырылмаған есептер зерттеліп, келесі жаңа нәтижелер алынды:

- ең үлкен m туындыларының алдында кіші параметрлері бар $m+n$–ші ретті сингулярлы ауытқыған сызықты интегралды-дифференциалдық теңдеулер үшін шеттік есептің шешімінің аналитикалық формуласы алынды.
- сингулярлы ауытқыған есептің шешімінің асимптотикалық бағалаулары алынды;
- сингулярлы ауытқыған есеп шешімінің және оның туындыларының өсу реті белгіленді;
- өзгертілген ауытқымаған есеп құрылды;
- ауытқыған және өзгертілген ауытқымаған есептер шешімдерінің айырмасының бағалауы алынды;
- шешімнің және интегралдық мүшенің бастапқы секірісінің мәндері табылды;
- шеттік есеп шешінің кіші параметрге қатысты кез келген дәлдікпен асимптотикалық жіктелуі құрылды.

Аппробация. Диссертациялық жұмыстың нәтижелері «Фараби әлемі» халықаралық ғылыми конференциясында (Алматы, Қазақстан, 6-8 сәуір, 2021ж.); «Фараби әлемі» халықаралық ғылыми конференциясында (Алматы, Қазақстан, 6-7 сәуір, 2023ж.); Қырғыз Республикасы Ұлттық ғылым академиясының 70 жылдығына және Қырғыз Республикасы Ұлттық ғылым академиясының Математика институтының 40 жылдығына арналған «V Бөрібаев оқулары» халықаралық ғылыми конференциясы (20-21 маусым 2024 ж.); Әл-Фараби атындағы ҚазҰУ-дың 90 жылдығына және академик Ш. С. Смақұловтың 75 жылдығына арналған "Ғылым, инженерия және білім берудегі есептеу және ақпараттық технологиялар" (CITech-2024) конференциясы (23-24 қазан 2024 ж.); Математикалық конгресс-2026. Ғалымдар күніне арналған дәстүрлі халықаралық математикалық сәуір конференциясы (3-7 сәуір 2026 ж.); әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық

университеті механика-математика факультеті математика кафедрасының ғылыми семинарында баяндама жасалынды және талқылаудан өтті.

Ғылыми тұжырымдардың, қорытындылар мен нәтижелердің сенімділігі мен негізділігі. Зерттеу жұмысындағы алынған нәтижелер осыған дейін белгілі ғалымдар жасаған дәлелдемелермен, индекстелеген Халықаралық журналдардағы жарияланымдармен, сонымен қатар конференция материалдары арқылы расталады.

Жарияланымдар. Диссертацияның нәтижелері бойынша 7 жұмыс жарияланды:

–Web of Science және Scopus деректер қорына енетін басылымдардағы жарияланымдар:

1. Dauylbayev M.K., Konisbayeva K.T. Asymptotical Convergence of Solutions of Boundary Value Problems for Singularly Perturbed Higher-Order Integro-Differential Equations / Quaestiones Mathematicae Published online: 5 Jul V47, 2024 https://doi.org/10.2989/16073606.2024.2364297 Квартиль:Q2 Процентиль: 54, Индекс цит.: 1.4, SJR: 0.44.

2. Dauylbayev M.K., Konisbayeva K.T. Asymptotic expansion of the solution of a boundary value problem for singularly perturbed integro-differential equations of higher orders\ Boundary Value Problem Journal \ 2025 (WoS (SCIE) Q2) https://doi.org/10.1186/s13661-025-02140-5 Квартиль: Q1, Процентиль: 75, Индекс цит.: 2, SJR: 0.479.

3. Mirzakulova A.E., Dauylbayev M.K., Konisbayeva K.T. Asymptotic estimations of the solution of a singularly perturbed equation with piecewise constant argument Lobachevskii Journal of Mathematics/45(4), 2024г. DOI:10.1134/S1995080224601450 Квартиль: Q2, Процентиль: 57, Индекс цит.: 1.5, SJR: 0.435.

4. Mirzakulova A.E., Konisbayeva K.T. Uniform asymptotic expansion of the solution for the initial value problem with a piecewise constant argument / Bulletin of the Karaganda, «Mathematics Series».- 116(4), 2024 г. https://doi.org/10.31489/2024m4/138-148 Квартиль: Q2, Процентиль: 53, Индекс цит.: 1.4, SJR: 0.392.

5. Atakhan N., Nurpeissov K.S., Konisbayeva K.T. Asymptotic estimations of the solution for a singularly perturbed equation with unbounded boundary conditions \ Bulletin of the Karaganda, «Mathematics Series».- №4(108)/2022 https://doi.org/10.31489/2022m4/20-33 Квартиль: Q2, Процентиль: 53, Индекс цит.: 1.4, SJR: 0.392.

6. M.K. Dauylbayev, K.T. Konisbayeva, N.R. Tortbay Integral BVP for singularly perturbed system of differential equations // International Journal of Mathematics and Physics 12, No1, 25 (2021). С. 25-33. DOI:https://doi.org/10.26577/ijmph.2021. v12.i1.04 Квартиль:Q4, Процентиль: 7, Индекс цит.: 0.157, SJR: 0.4.

7. K.T. Konisbayeva, M.K. Dauylbayev, Mirzakulova A.E., Asymptotic estimates of the solution of the BVP for singularly perturbed integro-differential equations// Journal of Mathematics, Mechanics and Computer Science. №1(129)-

2026. – P. 39-51. https://doi.org/10.26577/JMMCS129120264 Квартиль:Q4, Процентиль: 18, Индекс цит.: 0.157, SJR: 0.4.

–Халықаралық ғылыми конференциялардың еңбектеріндегі жарияланымдар:

1. Сингулярлы ауытқыған дифференциалдық теңдеулер жүйесі үшін интегралды шеттік есеп // «Фараби әлемі» халықаралық ғылыми конференциясы, Алматы, 7-8 сәуір 2021 жыл: баяндамалар тезистері (Алматы –2021. –19 б.).

2. Жоғары туындыларының алдында кіші параметрі бар сингулярлы ауытқыған интегралды-дифференциалдық теңдеу үшін шеттік есеп // «Фараби әлемі» халықаралық ғылыми конференциясы, Алматы, 4-6 сәуір 2024 жыл: баяндамалар тезистері (Алматы –2024. –21б.).

3. Асимптотическая оценка решения краевых задач для сингулярно возмущенных интегро-дифференциальных уравнений // Қырғыз Республикасы Ұлттық ғылым академиясының 70 жылдығына және Қырғыз Республикасы Ұлттық ғылым академиясының Математика институтының 40 жылдығына арналған «В. Бөрібаев оқулары» халықаралық ғылыми конференциясы, Бишкек, Қырғызстан, 20-21 маусым 2024 ж: баяндамалар тезистері. (Бишкек-2024. 59 б.)

4. Asymptotic expansion of singularly perturbed integro-differential equations //Әл-Фараби атындағы ҚазҰУ-дың 90 жылдығына және академик Ш.С. Смағұловтың 75 жылдығына арналған "Ғылым, инженерия және білім берудегі есептеу және ақпараттық технологиялар" (CITech-2024) конференциясы, Алматы, Қазақстан, 23-24 қазан 2024 ж: баяндамалар тезистері. (Алматы-2024. 89 б.)

5. Сингулярлы ауытқыған интегро-дифференциалдық теңдеу үшін шеттік есеп шешімінің асимптотикалық бағалауы // Математикалық конгресс-2026. Ғалымдар күніне арналған дәстүрлі халықаралық математикалық сәуір конференциясы, Шымкент, Қазақстан, 3-7 сәуір 2026 ж: баяндамалар тезистері.

Диссертациялық зерттеу жұмысының нәтижелері бойынша 5 жұмыс жарияланды, оның ішінде: –бірінші (Q1) квартильге енгізілген Boundary Value Problem (Scopus дерекқорында процентилі 75) журналында 1 мақала, екінші (Q2) квартильге енгізілген Quaestiones Mathematicae (Scopus дерекқорында процентилі 54), Lobachevskii Journal of Mathematics (Scopus дерекқорында процентилі 57) , және Bulletin of the Karaganda, «Mathematics Series» (Scopus дерекқорында процентилі 53) журналдарында 4 мақала және (Q4)квартильге енгізілген International Journal of Mathematics and Physics (Scopus дерекқорында процентилі 7), Journal of Mathematics, Mechanics and Computer Science (Scopus дерекқорында процентилі 18) журналдарында 2 мақала; – Халықаралық конференциялардың тезистер жинағында 5 жарияланым.

Диссертацияның құрылымы. Диссертациялық зерттеу жұмысы нормативтік сілтемелерден, кіріспеден, негізгі екі бөлімнен (әр бөлім

бөлімшелерден), қорытындыдан және пайдаланылған әдебиеттер тізімінен тұрады. Диссертацияның көлемі 85 бет.

Диссертацияның мазмұны. Диссертациялық жұмыстың кіріспесінде таңдалған тақырыптың өзектілігі түсіндіріледі, ғылыми жаңалығы тұжырымдалады, қолданылған зерттеу әдістері сипатталады, алынған нәтижелердің теориялық және практикалық маңыздылығы сипатталады және жұмыстың құрылымына қысқаша шолу жасалады.

Бірінші бөлімде қосымша сипаттауыш теңдеудің түбірлері теріс болған жағдайда, m жоғары туындыларының алдында кіші параметрлері бар $n+m$-ші ретті сингулярлы ауытқыған сызықты интегралды-дифференциалдық теңдеу үшін келесі түрдегі екі нүктелі шеттік есеп қарастырылады:

$$L_\varepsilon y = \sum_{r=1}^{m} \varepsilon^r A_{n+r}(t) \frac{d^{r+n} y}{dt^{r+n}} + \sum_{k=0}^{n} A_k(t) \frac{d^k y}{dt^k} = F(t) + \int_0^1 \sum_{j=0}^{n_1+p} H_j(t,x) y^{(j)}(x,\varepsilon) dx \quad (1)$$

$$\begin{cases} \left. \dfrac{d^i y}{dt^i} \right|_{t=0} = \alpha_i, \quad i = \overline{0, l-1} \\ \left. \dfrac{d^i y}{dt^i} \right|_{t=1} = \beta_i, \quad i = \overline{0, q-1} \end{cases} \quad (2)$$

мұндағы $\varepsilon > 0$ – кіші параметр, α_i, β_i – белгілі тұрақтылар, $A_n(t) \neq 0$, $A_{n+m}(t) = 1$, $m+n = l+q$, $p = \overline{1, m}$.

(1) теңдеуіне сәйкес біртекті сингулярлы ауытқыған дифференциалдық теңдеудің іргелі шешімдер жүйесі, Коши функциясы мен шекаралық функциялар құрылып, асимптотикалық бағалаулары алынған. Осы Коши функциясы мен шекаралық функциялары көмегімен (1),(2) шеттік есептің шешімінің аналитикалық формуласы үшін теорема алынып, дәлелденді. Аналитикалық формуланың көмегімен шешімнің асимптотикалық бағалауы туралы теорема дәлелденді. Шешім мен интегралдық мүшенің бастапқы секірістерінен тұратын өзгертілген ауытқымаған шеттік есеп құрылған. Нәтижесінде шектік көшу туралы теорема алынды және дәлелденді. Теориялық нәтижені растау үшін моделдеу арқылы сандық мысал келтіріледі.

2–бөлімде берілген (1),(2) шеттік есеп үшін кіші параметр бойынша кез келген дәлдікпен асимптотикалық шешім құру алгоритмі көрсетіліп, алынған нәтижесі теорема түрінде тұжырымдалып, дәлелденді.

Қорытынды бөлімде жалпы алынған нәтижелерге талдаулар жасалынды.